

Om nyttan av matematik

eller

Vem serieutvecklar på arbetstid?

Funderingar och glimtar från tolv verkligheter
förmedlade av Anders Tengstrand f d matematiklärare

Online-version: Boken i sin helhet finns att läsa och ladda ner på
www.anderstengstrand-funderingarkringmatematik.se

ISBN 978-91-527-5480-1
Upplaga 1:1

© Anders Tengstrand

Till Ola och Erik

Inledning

Under några år arbetade jag med en text för att förstå hur den matematik jag undervisat i utvecklats under århundraden. Det, menade jag, skulle öka min förståelse för ämnet. Aristoteles ord "Här liksom på andra områden kan vi inte förvärva bästa insikt i tingen förrän vi sett dem utvecklats från sin begynnelse" var ledorden. Egentligen var det en student som i slutet av 1960-talet som initierade frågeställningen för mig och fick mig att fundera. Texten finns sedan några år på nätet med rubriken *Historiska perspektiv på matematik* och den finns också tillgänglig i bokform. En annan student – studiekamrat med den tidigare nämnde – började läsa boken och det fick honom att ställa frågor: När, var och hur användes all denna matematik? Vem serieutvecklar på arbetstid? Till vad användes teorin för grupper och kroppar?

Dessa frågor har fått mig att skriva ner några funderingar kring nyttan med matematik och hur vi tillämpar den samt att i liten skala undersöka hur det kan se ut i verkligheten. Resultatet kan ses som ett komplement till den historiska texten.

Några funderingar kring tillämpning av avancerad matematik

Om nyttan av matematik

Matematiken har aldrig använts så mycket som nu.

Men den har heller aldrig dolts så effektivt som nu.

Fritt efter Mogens Niss, professor emeritus i matematikdidaktik, Roskilde Universitet, (1944 -).

Frågan om nyttan av matematik är naturligtvis inte ny. Den brittiska läkaren och ämbetsmannen Robert Recorde gav i mitten av 1500-talet ut ett antal räkneläror där han på ett pedagogiskt sätt introducerade de hinduarabiska siffrorna och de fyra räknesätten. I *The Ground of Arts* som kom ut 1543 ägnar han ett avsnitt åt *Deklaration av nyttan med matematik*. I en dialog mellan lärare och elev övertygas den från början skeptiske eleven om vikten av att kunna räkna. Detta ägde rum på den tiden då vårt decimala system inte slagit igenom helt. Många bildade personer kunde inte multiplikationstabellen.

Nu torde alla vara eniga om att den grundläggande aritmetiken med de fyra räknesätten är nödvändig medborgarkunskap liksom delar av geometrin. Alla bör veta hur man beräknar längder, areor och volymer i enkla fall. Att kunna namnen på och kunna beskriva vanliga geometriska figurer underlättar kommunikationen med andra människor. Statistiken har blivit ett nödvändigt hjälpmedel för att beskriva samhällsutvecklingen. Baskunskaper från de två grundläggande matematikområdena aritmetik och geometri liksom grundläggande statistik måste idag vara var mans egendom. Men därutöver? Behövs den stora kunskapsmassa som går under namnet matematik och som utvecklats ur aritmetiken och geometrin? Fungerar kanske samhället utan den?

Områden som algebra och analys känner många till men använder sig nästan aldrig av. De flesta har glömt hur man löser en andragradsekvation. Begrepp som derivata, integral, serieutveckling och differentialekvation är obekanta för det stora flertalet. Blott ett fåtal har hört talas om abstrakta begrepp som grupp, ring, kropp och linjära rum för att inte tala om Banachrum och Hilbertrum. Men om vi dissekerar många av de system vi använder dagligen så bygger de på matematiska teorier där flera av dessa begrepp är centrala. Men vi behöver inte befatta oss med dem. Vi bara trycker på knappar eller klickar med musen på datorskärmen enligt anvisningar och får de resultat vi vill ha. Vi behöver inte bekymra oss om den underliggande matematiken. Den har dolts.

Några exempel får konkretisera vad jag menar. Inom industrin behöver man många gånger göra komplicerade beräkningar som ofta innebär att man gör approximationer som har tillräcklig noggrannhet. Då kan serieutvecklingar vara ett viktigt hjälpmedel, rekursionsformler ett annat eller kanske kan man utnyttja differentialekvationer på olika sätt. Användaren behöver inte känna till den underliggande matematiken utan behöver bara installera en programvara och förse den med nödvändiga indata. När akustisk musik skall digitaliseras används trigonometriska serier eller Fourierserier, som vi inte behöver känna till för att spela upp vår CD-skiva. Väderleksutsikterna bygger på komplicerade matematiska modeller, som vi är lyckligt ovetande om när vi klickar fram en väderkarta. I dessa modeller används bl.a. differentialekvationer. Internet bygger på algoritmer och de syns naturligtvis inte för användaren men algoritmteori, där man bl.a. studerar algoritmers komplexitet, är en del av matematiken. Informations- och kommunikationstekniken ställer stora krav på säkerhet och det har medfört en ökad satsning på att utveckla system för kryptering och kodning. Modern krypteringsteknik bygger i stor utsträckning på avancerad talteori som i sin tur använder resultat från teorin för grupper, ringar och kroppar.

Exemplen kan mångfaldigas. De som arbetar med förvaltning och utveckling av olika verktyg som bygger på avancerad matematik måste naturligtvis kunna så mycket matematik att de kan sätta sig in i de metoder som används och i bästa fall utveckla nya. Den avancerade matematiken byggs in i tillämpningarna och ett användarsnitt skapas som döljer matematiken och användaren behöver inte mer än mycket elementära kunskaper i ämnet.

Man kan fråga sig om man inte kan vara utan den avancerade matematiken. Är den verkligen nödvändig. Kan inte de processer och analyser som nu beskrivs med abstrakta matematiska begrepp istället beskrivas i vanligt språk kombinerat med mycket elementär matematik? Svaret är nej av den enkla anledningen att om det hade gått så hade man gjort det. Beskrivningarna hade blivit alltför långa och omständliga. De hade blivit ogenomträngliga. Matematiken förenklar och ger överblick. Det som är enklare kommer alltid att slå ut det mer komplicerade om de fyller samma funktion.

Kan vi lita på de verktyg som skapats med hjälp av avancerad matematik?

Så mycket vi måste lita på för att kunna leva vår dagliga dag utan att sjunka genom jorden!

Lita på snömassorna som klamrar sig fast vid bergsslutningen ovanför byn.

Lita på tysthetslöftena och samförståndsleendet,

Lita på att olyckstelegrammen inte gäller oss och att det plötsligt yxhugget inifrån inte kommer.

Lita på hjulaxlarna som bär oss på motorleden mitt i den trehundra gånger förstörade bisvärmen av stål.

Ur *Schubertiana* av Tomas Tranströmer (1931-2015).

När vi använder verktyg som bygger på matematik så litar vi på att de fungerar och att de ger de resultat som vi vill ha. Allt annat vore orimligt. Det moderna samhället fungerar så. Vi använder tekniken men behöver inte förstå den. Men kan vi lita på den? Vad händer om resultaten avsevärt skiljer sig från de vi förväntar? Ska vi lita på vår intuition eller ska vi tro på de resultat som den matematiska modellen ger? Den är naturligtvis utprovad och stämmer i ett stort antal fall där vi säkert vet resultaten. Men man kan inte testa alla fall. Det kan bli nödvändigt att på nytt kontrollera modellen och de beräkningar som görs utifrån den. Kanske görs approximationer i beräkningarna som normalt sett inte spelar någon roll men som leder till stora fel om man rör sig en bit bort från det som från början var det normala. Kanske har själva modellen begränsad giltighet.

Ett konkret exempel kan belysa vad som kan hända. För ett antal decennier sedan gav jag en kurs i matematik som riktade sig till ekonomer. Ett givet inslag var beräkningar med ränta på ränta och bestämning av amorteringar. Bland kursdeltagarna fanns ägaren av en av stadens större bilaffärer. Han kom efter en lektion fram till mig och frågade om jag kunde hjälpa honom med ett problem. Det bilmärke han representerade använde en modell för att beräkna amorteringar som utvecklats på huvudkontoret. Det hade fungerat utmärkt i årtal tills för en tid sedan då man hade börjat sälja partier av lastbilar. Det innebar att köpesummorna var avsevärt större än vid försäljning av enstaka personbilar. Det var upprorsstämning bland kunderna. Amorteringarna de skulle betala var enligt deras mening orimligt höga. Det gällde inte bara på det lokala planet utan nationellt. Min elev – företagaren - undrade om jag ville titta på beräkningarna. Försäljarna måste naturligtvis inför kunderna förfäktat, att de amorteringar som räknats fram genom den modell som fungerat i decennier, var riktiga.

Tyvärr har jag inte kvar materialet och kan därför inte ge en detaljerad analys av varför det gick som det gick. Men i stora drag handlade det om en approximation som fungerade då inköpssummorna var relativt begränsade som t.ex. då man köpte en eller två personbilar, men den fungerade inte alls vid mycket större inköp av en eller flera lastbilar. Det var faktiskt så att amorteringarna gick mot oändligheten då inköpssumman närmade sig ett bestämt värde. Vad berodde detta på? Vid beräkning av amorteringen med en fast ränta måste man bestämma en geometrisk summa med kvoten $(1 + r/100)$ där r är räntan och behöver då beräkna $(1 + r/100)^n$ där n är antalet år under vilket lånet ska betalas. I äldre tider utan datorer var detta rätt jobbigt. Man

skall bestämma en produkt med n faktorer. Någon hade gjort en förenkling som inte innehöll potenser och som var rätt snillrik och som fungerade då inköpssummorna var måttliga. Approximationen var bra. Felen var försumbara. Så småningom började man använda datorer och fortsatte att använda samma formel trots att det nu var fullt rimligt att använda den exakta. En potens kunde beräknas på nolltid med dator. Men det var inte svårt att se att den gamla formeln gav resultat som avsevärt skilde sig från det korrekta om inköpssummorna blev stora. Approximationen var då inte längre någon approximation värd namnet.

De tekniska systemen måste förvaltas. Om de användes i andra sammanhang än de ursprungliga kanske inte de matematiska verktyg man använder inte längre är tillämpliga. Det måste finnas kompetens som kan utföra den typen av kontroller och de som utför dem måste naturligtvis ha de matematiska kunskaper som krävs. Men även om ett system fungerar vill man effektivisera det och det kan kräva att de matematiska verktygen utvecklas och ibland kan man kanske använda helt andra metoder. Förvaltning och utveckling av system som bygger på avancerad matematik kräver matematiska kunskaper som ofta ligger långt utanför enkel aritmetik och geometri.

Ökad komplexitet leder till ökad abstraktion

Inget är så praktiskt som en god teori

Kurt Lewin, tysk-amerikansk psykolog, (1890–1947)

Utvecklingen av den mer avancerade matematiken kännetecknas av ökad abstraktion. Så länge man nöjer sig med enstaka mätningar för att beskriva verkligheten klarar man sig utmärkt med den grundläggande aritmetiken och de fyra räknesätten. Men om man behöver mer nyanserade modeller räcker inte det. Låt oss ta ett exempel. En partikel som rör sig längs en rät linje är en process som beskrivs av en följd av tal – punktens läge i förhållande till en fix punkt, ett origo, vid varje tidpunkt. Det är inte varje tal i följd som är det väsentliga utan själva följd. Genom att införa ett nytt abstrakt begrepp, funktionsbegreppet, får man ett hjälpmedel att beskriva sådana processer. Man kan införa begrepp som derivata och integral och man kan bilda differentialekvationer som karakteriserar processen. I många situationer behöver man göra på liknande sätt för att skapa relevanta matematiska modeller. Nya abstrakta begrepp bildas för att karakterisera en komplicerad situation och för att kunna föra resonemang, utföra beräkningar och göra förutsägelser.

När abstraktionsnivån höjs ökar möjligheterna att få överblick över komplexa sammanhang. Räkningar och resonemang förenklas. Men att avlägsna sig från det konkreta innebär också problem. Att gå från det konkreta till det abstrakta innebär för många svårigheter. Det krävs att man måste frigöra sig från välbekanta begrepp och arbeta med nya, som man måste handskas med på ett annat sätt. Det krävs nytänkande men också övning och övning kräver tid. Övning innebär att de nya abstrakta begreppen så småningom blir naturliga. Man vänjer sig vid dem och arbetar med dem automatiskt ungefär som arbetar med talen och de fyra räknesätten.

Ökad abstraktion innebär alltså att nya begrepp skapas och nya teorier utvecklas. Ofta kommer kraven på nytänkande från tillämpningar som i det ovan nämnda exemplet. För att få en fungerande beskrivning av kroppars rörelse utvecklades det vi kallar analys

med nya begrepp som funktion, derivata och integral. Analysen visade sig också kunna tillämpas på många andra grenar av fysiken som t.ex. läran om elektricitet och magnetism. Den kan också användas inom områden utanför fysiken t.ex. inom ekonomi, samhällsvetenskaper och beteendevetenskaper. Analysen har utvecklats i nära anslutning till fysiken, men många nya begrepp och metoder har sina rötter i den rena matematiken. Det visar sig i ett senare skede att de i också högsta grad är användbara i tillämpningarna. Vi ger några exempel.

Den symboliska algebran där godtyckliga tal eller geometriska storheter kan representeras med bokstäver skapades på 1500- och 1600-talet. Den utvecklades bl.a. för att på ett enklare sätt beskriva ekvationer och geometriska samband. Ekvationslösning förenklades och blev mer överskådlig. Komplicerade geometriska resonemang kunde ersättas med rutinmässiga räkningar. Den symboliska algebran kom också att bli en förutsättning för utvecklingen av analysen, som i sin tur är en förutsättning för den beskrivning vi har av klassisk fysik. Alla tillämpningar av avancerad matematik använder den symboliska algebran på något sätt men den skapades för att lösa rent matematiska problem.

Teorin för komplexa tal är ett annat exempel på ett område som från början utvecklats utan tanke på tillämpningar men som senare har visat sig vara ett viktigt hjälpmedel i många sammanhang. De används inom elektricitetsläran och är så gott som oumbärliga i teorin för Fourierserier - en teori, som vi tidigare nämnt, är grundläggande för bl.a. omvandling av analoga signaler till digitala. Införandet av komplexa tal är kopplat till försöken att lösa andragradsekvationer. Den metod vi lär oss i skolan finns på 3 000 år gamla lertavlor från Babylonien, den finns i geometrisk form i Euklides *Elementa* från 300 f.Kr., i Al Khwarizmis *Al jabr* från 800-talet och i Cardanos *Ars magna* från 1545. Före Cardano betraktade man endast positiva lösningar. De var ju de som kunde realiseras som geometriska objekt som t.ex. längder. Cardano gick ett steg längre och accepterade med viss tvekan negativa tal. Han diskuterade också andragradsekvationer som gav upphov till rötter som inte var reella. Han formulerade problemet: "Bestäm de tal vars summa är 10 och vars produkt är 40." Han kom fram till att det inte fanns sådana tal, men "trots den intellektuella pina det innebär" kunde han ändå räkna med dem. Men han vägrade acceptera dem. Några decennier efter det att *Ars magna* kom ut började den italienske ingenjören Bombelli intressera sig för den matematik som skapats i Italien under 1500-talet och som resulterade i att man kunde ange metoder att lösa tredje- och fjärdegradsekvationer. I sitt stora verk *L'algebra opera* från 1572 söker han att ge en struktur åt de resultat man kommit fram till. Han insåg att allting blir enklare och mer överskådligt om man accepterar tal vars kvadrat är lika med -1 och han visar hur man skall räkna med dem. Ingenjören, som i sitt dagliga arbete bl.a. ägnat sig åt restaureringar av våtmarker, såg det praktiska i att räkna med tal som inte har motsvarigheter i sinnevärlden utan som bara finns i vår tankevärld. Det var ett viktigt steg. De komplexa talen smög sig så småningom alltmer in i matematiken. Man räknade med dem och en mer fast teori utvecklades under 1700- och 1800-talen och på sent 1800-tal och framför allt på 1900-talet kom de att användas vid uppbyggnaden av teorier som är nödvändiga i många tillämpningar som vi idag knappast kan tänka oss vara utan.

Konsekvenser för matematikutbildningen

Algebra goes to the heart of the matter as it ignores the casual nature of particular cases. –

Edward Charles Titchmarsh, engelsk matematiker (1899-1963)

The human mind has never invented a labour-saving machine equal to algebra.

Anonymous

Som vi tidigare nämnt är den grundläggande aritmetiken och enkel geometri nödvändiga medborgarkunskaper och de är ofta också tillräckliga för att använda de tekniska system som vi vant oss vid och som bygger på mer avancerad matematik. Vägen är lång från den enkla aritmetiken och geometrin till den matematik som är inbyggd i dessa system. Om vi vill komma till forskningsfronten i matematik är den ännu längre. Det är naturligtvis endast ett fåtal som går hela vägen. De flesta behöver endast den enkla grundläggande matematiken. Men för att samhället ska fungera så behöver allt fler komma allt längre på vägen mot den mer avancerade matematiken. Det måste i skolutbildningen byggas upp en bas så att tillräckligt många får möjligheter att utveckla förståelse för de matematiska verktyg som är inbyggda i de system vi är beroende av. Det är nödvändigt för att kunna förvalta dem, för att göra dem säkrare och för att utveckla dem.

Ett avgörande steg i den process som leder till den högre matematiken är enligt min mening att lära sig behärska den symboliska algebran. Det är svårt för många – kanske för de flesta. Att övergå från att räkna med specifika tal, som för flertalet har en konkret betydelse, till att räkna med bokstäver, som betecknar godtyckliga tal, innebär stora svårigheter inte minst för att man ofta inte ser någon mening med det. Nyttan med algebran uppenbaras för många först när man börjar behärska den. Jag drar mig till minnes ett tillfälle i början av min tid som lärare. Det var innan grundskolan infördes. I en klass i realskolan gick jag igenom grunderna i algebran. Längst bak satt en pojke som var litet av ett original. Han var storväxt och hade uppenbara problem med att få plats i skolbänken. Han snusade, vilket naturligtvis var förbjudet, men jag låtsades inte märka det. Han kom och gick lite som han ville och många lärare fruktade honom. Jag kände väl också på mig att det kunde bli problem men han hade i alla fall hedrat mig med sin närvaro. Efter min genomgång tittade han allvarligt på mig och sade på bred västgötska: ”Va ska detta nötta te. De ä ju bara bokstäver och inga seffrer.” Jag uppfattade att frågan inte var ställd för att provocera utan att den var allvarligt menad. Jag försökte väl svara på den men tvivlar på att jag lyckades öka förståelsen. Men frågan var nyttig – den tvingade mig att reflektera. Och jag tror vår självständiga vän uttalade vad många tänkte. Det är nog ett faktum att det är svårt att lära sig något om man inte ser meningen med det. För många - förmodligen de flesta - är kraven från läraren motivation nog. Men så var det inte för vår tvivlande vän. För honom var inte skolans värld så viktig. Hans värld var en annan.

Jag uppehåller mig särskilt vid den symboliska algebran för att jag tror, som jag tidigare nämnt, att det är avgörande att behärska den om man vill fortsätta mot högre matematik. Utan den är det omöjligt. Men om man å andra sidan behärskar den är det bara intresse, vilja, flit och tid som hindrar en från att gå vidare. Därför menar jag att alla elever ska ges chansen och möta den symboliska algebran under matematikutbildningen. Det är angeläget att så många möjligt får möjligheten att förstå åtminstone grunderna av den matematik som ligger bakom alla de verktyg som bygger

på högre matematik. Det finns också en demokratisk aspekt. Matematiken används alltmer inom ekonomi, samhällsvetenskaper och beteendevetenskaper, men där är ofta modellerna mer diskutabla och därmed också resultaten. Att den matematik som används är odiskutabel medför inte att resultaten är ställda utom all tvivel. De modeller man använder är ju just modeller och ingen exakt beskrivning av verkligheten. Modellen kan ha allvarliga brister. För att genomskåda det och förstå varför krävs matematiska kunskaper.

Matematik – en del av vår kultur

*I många former trivs det sköna
och skönt är allt som snillrikt är.*

Ur *Till Leopold* av Esaias Tegnér (1782-1846)

Matematiken är en av de äldsta vetenskaperna. Matematik som idag ligger på gymnasienivå finns på flera tusen år gamla lertavlor från Mellersta östern. Samtidigt utvecklas hela tiden nya matematiska teorier inspirerade av problem från olika tillämpningar och från matematiken själv. I samband med en utvärdering av svensk matematikundervisning på högskolenivå hävdade en norsk professor i utvärderingsgruppen att all matematik som skapats under århundraden är relevant också nu och det skiljer matematiken från andra vetenskaper¹. De matematiska teorierna byggs ofta upp som deduktiva logiska system. Det ger dem en stadga som inte släpper igenom lösa påståenden. Men konstruktionen av de stringenta logiska systemen föregås oftast intuitiva resonemang där fantasin blir ett viktigt element. Matematiken har ett janusansikte med de båda halvorna intuition och logik. Ena halvan vädjar till vår fantasi och är öppen för olika idéer. Den andra vill hitta ett logiskt uppbyggt system där resultaten kan inordnas. Det är först då ett resultat kan accepteras av det matematiska vetenskapssamhället.

Matematiken är alltså ett stort område som ständigt växer och det bör finnas stora möjligheter att använda resultat för att beskriva processer och för att utveckla tekniska system av olika slag. Många matematiska resultat har, som vi sett, inspirerats i samverkan med andra ämnesområden medan andra utvecklats ur rent matematiska problemställningar. Utvecklingen av matematiken och dess tillämpningar sker i stor utsträckning vid forskningsinstitutioner vid universitet och högskolor men också vid speciella forskningsenheter vid stora företag och inom offentlig förvaltning. Applikationer som kräver avancerad matematik tas fram vid företag med hög teknisk kompetens och det sker ofta i samverkan med universitet och högskolor. Det är alltså ett nätverk av universitet och högskolor, företag och organisationer som ser till att utnyttja den högre matematiken för att skapa system som de flesta av oss använder utan att ens veta att de bygger på matematik. Det är bl.a. matematiker, ingenjörer, naturvetare, ekonomer och statistiker som är de experter som vi då litar på.

Denna text har handlat om det vi kan kalla nyttan med matematik. Många av oss matematikintresserade tycker nog att det är ett mycket begränsat sätt att se ämnet.

¹ I själva verket undantog han det område som utvecklades under antiken och som handlar om konstruktioner av geometriska objekt med passare och linjal. Men programvaran *Geogebra* som används mycket i undervisningen bygger just på den teori om konstruktioner som finns i Euklides *Elementa*.

Matematiken har ju sin egen skönhet bortsett från alla tillämpningar. Den är en del av vår kultur. Det är förvisso sant men tillämpningsaspekten är viktig. De ekonomiska satsningar som görs på ämnet i skolan och på universitet motiveras av matematikens tillämpbarhet. Matematik som estetik kan givetvis förtjäna offentliga satsningar men knappast i den utsträckning som nu tillförs ämnet. Men många hävdar att det är de estetiska aspekterna som gör ämnet så användbart. Vacker matematik har en form av enkelhet, om än på en hög abstraktionsnivå, som är lätt att ta till sig och memorera vilket gör den mer tillämpbar. Men det är en annan historia.

Besök i verkligheten

Intervjuer av matematiker i näringsliv och förvaltning. Urval och uppläggning.

Efter att ha skrivit ner dessa allmänna reflektioner kände jag ett behov att konkretisera. Hur ser det ut i verkligheten? Ett sätt att ta reda på det är att göra intervjuer med personer som arbetar med mer avancerad matematik inom näringsliv och offentlig förvaltning. Det skulle ge en bild av hur matematik används för att förvalta och utveckla olika tekniker som är betydelsefulla i dagens samhälle. Naturligtvis skulle en sådan bild bli ofullständig men den skulle öka trovärdigheten av matematikens betydelse för den som är misstrogen mot alltför svepande formuleringar och abstrakta resonemang.

Hur skulle jag välja ut mina intervjuoffer? Det låg nära till hands att närma mig de studenter som avlagt någon form av examen på ett program vid Växjö universitet eller senare Linnéuniversitet och som var eller är inriktat mot avancerad matematik. När jag började fundera över hur jag skulle gå till väga fann jag att det skulle vara alltför ambitiöst att gå igenom alla som avlagt magisterexamen eller högre. Jag började intervjua några f.d. studenter som jag visste arbetade på företag i Växjö med omnejd. Att göra flera längre resor ansåg jag vara otänkbart av ekonomiska skäl och dessutom skulle jag vid min ålder inte orka med dem. Naturligtvis skulle det vara möjligt att göra intervjuer med hjälp av ny teknik via nätet. Men jag avfärdade det. Jag ville träffa mina intervjuoffer öga mot öga och föra ett samtal snarare än göra en intervju. Det skulle ge mig och förhoppningsvis också motparten mera. Frågorna om dagens verksamhet skulle kunna blandas med erfarenheter från studietiden och mer allmänna tankar om dagens utveckling. Samtalet skulle få möjligheter att utvecklas fritt. Det var också en anledning till att jag inte spelade in dem och att anteckningarna jag gjorde var sporadiska. Mina ambitioner var inte att göra en undersökning som var korrekt ur vetenskaplig synvinkel. Jag ville ge exempel på matematikens användbarhet samtidigt som jag själv hade roligt. Själva samtalen var en del av min lön. Några projektpengar eller liknande var inte på fråga. Projektet var helt privat.

Jag började, som jag inledningsvis skrev, att samtala med några jag visste arbetade med matematikinriktad verksamhet vid företag i Växjö. De tipsade i sin tur mig om andra med liknande arbete och det hela resulterade i att jag så småningom träffade alla som avlagt doktors- eller licentiatexamen i matematik vid Växjö universitet eller Linnéuniversitetet. Jag har också träffat samtliga som har gjort delar av sin utbildning i Växjö men disputerat vid ett annat lärosäte under den tid Växjö inte fick ge forskarutbildningen.Handledningen gavs emellertid helt eller delvis av lärare då vid

Högskolan i Växjö eller Växjö universitet. Vidare har jag samtalat med en student som avlagt magisterexamen i matematik vid Linnéuniversitetet och som har mycket intressanta arbetsuppgifter. Totalt har jag träffat tolv personer.

Samtliga jag tillfrågat har varit mycket tillmötesgående och samtalen var både givande och trevliga. De har lyst upp min pensionärstillvaro. Några möten hölls utanför Växjö med omnejd men de kunde kombineras med privata resor.

Flera av dem som disputerat i matematik i Växjö arbetar nu med undervisning och/eller forskning i universitets- eller skolvärlden. De har i konsekvens med projektets inriktning, inte varit aktuella för intervjuer.

Ett försök till sammanfattning av intervjuerna

I mitten av 1990-talet anställdes Börje Nilsson som universitetslektor i matematik vid Högskolan i Växjö. Han var docent i matematisk fysik och hade under några år arbetat i vid Fläktfabriken i Växjö. Där hade han bl.a. varit ansvarig för ett projekt för att minska bullret vid järnvägstunneln under engelska kanalen. Börje hade ett rikt kontaktnät med de tekniska högskolorna i Stockholm, Göteborg och Lund. Med Börje kunde en forskningsverksamhet i matematik starta i Växjö. Så småningom utvecklade Börje också samarbeten inom universitetet med t.ex. fysik, elektroteknik samt skog och trä. En av hans viktigaste medarbetare var Sven Nordebo som är professor i elektroteknik. Börje blev så småningom professor och fick övergripande uppgifter inom universitetet och var både dekan och vice-rector. Han avled alltför tidigt under våren 2019.

De flesta av mina intervjuoffer - åtta av tolv - hade haft Börje som handledare eller mentor i någon form. Börjes kontakter med näringslivet satte sin prägel på valet av avhandlingsämne och det i sin tur banade vägen för anställning i industrin efter examen. Fyra av de intervjuade arbetar nu på SAAB Dynamics, en på Combitech, en på Abetong, en är VD på ett företag som arbetar med miljöfrågor inom industrin och en arbetar på Volvo BM i Braås. De allra flesta använder matematiska tekniker som de kommit i kontakt med under sin forskarutbildning. Det är framför allt partiella differentialekvationer, fourieranalys, fältteori, avancerad statistik och geometri. I ett fall har företaget velat utnyttja den allmänna kompetens som forskarutbildning ger: Förmågan att läsa avancerad matematisk text och följa forskningsfronten inom de områden som är relevanta för företaget. Detta gäller den person som arbetar med utveckling av dumprar inom Volvo BM.

Under åren har fler professorer i matematik utnämnts vid universitetet. Den förste var Andrei Khrennikov vars intresseinriktningar är bl.a. kvantteori, p-adiska tal samt sannolikhetsteori och statistik. Därefter utnämndes Börje till professor och sedan Torsten Lindström, Joakim Toft och Astrid Hilbert med biologisk matematik, pseudodifferentialekvationer respektive sannolikhetslära och statistik som intresseinriktningar. Några av deras doktorander arbetar nu inom industrin men de flesta är kvar som lärare inom universitets- eller skolväsendet. De senast utnämnda professorerna Christian Engström och Karl-Olof Lindahl har inte kunnat påverka detta projekt.

En av Andreis elever arbetar nu som analytiker vid arbetsmarknadsdepartementet, en annan inom dataindustrin, en av Astrids elever arbetar som analytiker på länsstyrelsen i Södermanlands län och en av Joakims elever arbetar på Försvarets radioanstalt.

Om överföring av allmänna matematiska färdigheter till andra områden

I samtliga samtal framhöll de som intervjuades att den kanske största nyttan de har av sina matematikstudier är att de tränade upp förmågan att lösa problem. Att kunna analysera ett problem och dela upp det i delproblem, att göra en plan för lösningen och att metodiskt genomföra planen är egenskaper som är ovärderliga i deras arbete och dessa färdigheter tränas i matematikstudierna. Man kommer att tänka på Georges Polyas steg i hans bok *How to solve it?*. Några framhåller också förmågan att ta till sig artiklar som ligger vid forskningsfronten och som ofta är svårforcerbara. Det krävs en vana att läsa mellan raderna, att man kan läsa och förstå matematisk text samt en vana vid abstrakt tänkande.

Dessa färdigheter, som är viktiga i all problemlösning, tränas enligt de jag intervjuat särskilt i matematiken. Det har genom århundrades lopp framhållits av många men påståendet är inte okontroversiellt. Blir man bättre på problemlösning i allmänhet om man läser matematik? Blir man bättre på att föra logiska resonemang inom andra områden än geometri om man t.ex. har läst Euklides *Elementa*? Det finns mig veterligen inte några vetenskapliga undersökningar som styrker att så är fallet, men de tolv personer som jag samtalat med tycker alla att deras matematikstudier hjälpt dem att lösa problem och föra logiska resonemang även inom områden som inte har med matematik att göra.

Intervjuerna

Fredrik Albertson avlade studentexamen på det tekniska programmet i Växjö och studerade sedan på matematikerlinjen vid Högskolan i Växjö sedermera Växjö



universitet under 1990-talet. Han var under stora delar av den tiden anställd som amanuens i matematik och deltog bl. a. i ett större undervisningsprojekt som genomfördes i mitten av 90-talet. Han var också aktiv som läromedelsförfattare. Efter att ha avlagt examen på matematikerlinjen började han forskarstudier. Eftersom Växjö inte hade rättigheter att ge forskarutbildning kunde han med hjälp av Börje Nilssons kontakter inskrivas som forskarstuderande vid Marcus Wallenberglaboratoriet för ljud- och vibrationsforskning tillhörande Institutionen för Teknisk Mekanik vid KTH, men var fortfarande kvar vid institutionen i Växjö. Fredrik disputerade 2001 på en avhandling om akustik, *Acoustic source characterisation for non-linear induct sources*.

Efter doktorsexamen anställdes Fredrik på ABB Ventilation Products AB och arbetade med problem inom akustik. Efter några år bildade han ett småbolag som hade sina lokaler på forskarbyn Videum i anslutning till Växjö universitet. Han utförde beräkningar som skulle effektivisera papperstillverkningen genom att fördela papperets

styrkor och svagheter bättre. Hans modeller fungerade utmärkt i laborationsmiljö men inte i industriell miljö där de yttre störningarna var för stora. Han gick tillbaka till det som var kvar av Fläkt Woods AB (f.d. ABB Ventilation Products AB). Det var nu en del av en större koncern med säte i Glasgow. Han blev VD för tre enheter i Europa, en i Sverige och två utanför Sverige. Detta innebar mycket resande och arbetsveckor på uppemot 80 timmar. År 2016 bestämdes centralt i koncernen att alla enheter med mindre än 50 anställda skulle läggas ner och det innebar att Fredrik fick avveckla den svenska enheten inklusive sig själv. Fredrik och två kollegor köpte då ett företag, ITK Envifront AB, där han nu är VD. Företaget hjälper andra företag med att förbättra miljöarbetet framför allt när det gäller luftrening och buller. Det har nu ungefär 15 anställda och utnämndes 2021 till Kronobergs gasellföretag.

Bortsett från den tid då Fredrik var VD för tre enheter har han alltid själv varit aktiv i utvecklingsarbeten. För närvarande deltar han i 80 % av företagets utvecklingsverksamhet. Vi sidan av det ordinarie arbetet har han en enmansfirma som hjälper företag med att minimera fläktbuller.

De matematiska verktygen Fredrik har använt och använder sig av är harmonisk analys med Fourierutvecklingar, vektoranalys, linjära och icke-linjära differentialekvationer, serieutvecklingar och beräkningsteknik.

Haidar Al-Talibi kom till Sverige i slutet av 1990-talet och läste svenska och samhällskunskap på Komvux och vid Högskolan i Malmö. Han började studera på programmet Matematik och modellering vid Växjö universitet år 2001 och tog magisterexamen 2006. Han fortsatte med forskarstudier med Astrid Hilbert som handledare och disputerade 2012. Då hade Växjö universitet blivit en del av Linnéuniversitetet. Doktorsavhandlingen har titeln *A Differentiable Approach to Stochastic Differential Equations : the Smoluchowski Limit Revisited*.



Haidar var övningsledare i matematik under åren 2004-06 och efter disputationen tjänstgjorde han som vikarierande universitetslektor under nästan ett år. År 2013 anställdes han vid Migrationsverket först som statistiker och sedan som projektledare. Hans uppgift var att bygga system där verksamhetens data kunde analyseras och visualiseras. Han skulle också konstruera modeller som skulle hjälpa till att fördela asylsökande rättvist till landets kommuner över tid.

Verksamheten ledde till ett EU-projekt som Haidar var ledare för. En utvärdering har gjorts och bland utvärderarna märks Astrid Hilbert. I projektet konstruerades en algoritm i tre steg som skulle vara till hjälp vid hantering av migration. Det första steget omfattade analys av ansökningar. Det finns många modeller som kan användas för att göra prediktioner. Med hjälp av historiska data testas de olika modellerna och

algoritmen väljer den som ligger närmast det aktuella läget. Det andra steget innebär att med hjälp av köteori ge en lämplig strategi för genomförande av de olika momenten i behandlingen av ansökningarna. I det tredje steget görs en plan för hur de asylsökande ska placeras i olika kommuner. Tillvägagångssättet är likartat det i det första steget. Olika modeller testas med hjälp av historiska data och den för det aktuella fallet mest lämpliga väljs.

Från och mars 2020 är Haidar anställd som projektledare vid länsstyrelsen i Södermanlands län i Nyköping. Han skall där arbeta med att skapa modeller för att göra prognoser och skapa applikationer för att göra analyser inom länsstyrelsens olika verksamhetsområden. Han använder då de erfarenheter han fått från bl.a. EU-projektet vid Migrationsverket. Han bygger också upp ett kontaktnät med andra länsstyrelser. På så sätt skapas en bredare kompetens som kan öka kvaliteten i arbetet. Kontaktnätet består av personer från olika kompetensområden och Haidar står för den statistiska expertisen.

I sitt arbete har Haidar naturligtvis i hög grad använt sig av de kunskaper inom statistik som han fått genom sitt arbete med doktorsavhandlingen. Arbetet innebär ofta att arbeta med stora datamängder och förmågan att analysera och strukturera, som han menar matematiska studier ger, är av avgörande betydelse. Resultaten ska sedan presenteras så att de kan förstås av kollegor utan statistiska specialkunskaper. Det kräver i sin tur pedagogisk kompetens och förmåga att visualisera. Arbetet med att bilda nätverk innebär att man måste kommunicera över ämnesgränser och det ställer krav på social kompetens.

Michael Andersson och **Sören Poulsen** är båda från Ljungby. De avlade studentexamen på det tekniska programmet där. De studerade båda vid Högskolan i Växjö under slutet av 80-talet och början av 90-talet. Sören började på en tvåårig dataingenjörslinje för att sedan gå över till den fyraåriga matematikerlinjen. Michael började direkt på matematikerlinjen.



Sören Poulsen



Michael Andersson

De fick under studietiden kontakt med ett företag i Ljungby som utvecklade radomer. En radom är ett skydd för en antenn på t.ex. ett flygplan där antennen kan vara placerad i noskonen (radomen). Det blev på det företaget de gjorde sina examensarbeten och det var där de anställdes efter avlagda examina. Företaget är nu en del av Saab Dynamics med säte i Linköping men Sören och Michael har sina arbetsplatser Ljungby. De har parallellt med arbetet studerat vidare. Högskolan i Växjö hade då inte formella rättigheter att bedriva forskarutbildning men Börje Nilsson, som då var universitetslektor i matematik vid Högskolan i Växjö, hade mycket goda kontakter med Institutionen för teoretisk elektroteknik vid Lunds tekniska högskola. Både Michael och Sören kunde börja sina forskarstudier där med professor Gerhard Kristensson som handledare. Sören disputerade 2006 på avhandlingen *Stealth radomes* och Michael avlade licentiatexamen 1999 med avhandlingen *Electromagnetic modeling of materials*. Michael har nu återupptagit forskarstudierna och skall inom kort disputeras.

När en antenn förses med en radom kommer det elektromagnetiska fältet runt antennen att förändras och det är av stor betydelse att undersöka dessa förändringar. Det arbetet kräver avancerad matematik. Centrala hjälpmedel blir teorin för vektorfält med bl.a. ytintegraler, Maxwells ekvationer, partiella differentialekvationer speciellt vågekvationen samt Fouriertransformer. Vidare behöver man ibland utveckla metoder för numerisk beräkning för att få tillräckligt bra lösningar tillräckligt snabbt. Ett annat område som är av betydelse för arbetet med radomer är geometrisk optik.

Både Sören och Michael har kontinuerlig kontakt med institutionen i Lund och kan på det sättet följa forskningsfronten inom området.

Therese Dansdotter Sjödén avlade studentexamen på det naturvetenskapliga programmet vid Katedralskolan i Växjö. Hon studerade sedan vid Linköpings universitet där hon avlade civilingenjörsexamen på programmet för teknisk fysik och elektroteknik 2003. Handledare för examensarbetet var Börje Nilsson som då var universitetslektor i



matematik vid Växjö universitet. Efter examen påbörjade Therese sina forskarstudier med Börje Nilsson som handledare och Sven Nordebo som biträdande handledare. Samtidigt arbetade hon som lärare vid grundutbildningen vid universitetet. Hon disputerade 2012 med avhandlingen *Sensitivity Analysis and Material Parameter Estimation using Electromagnetic Modelling*. I den behandlas

känslighetsanalys i två tillämpade problem. Det första handlar om uppskattning av fibervinkeln hos träd och stockar. Fibervinkeln är vinkeln mellan växtriktningen och

riktningen hos träfibern och är av betydelse för formstabiliteten hos färdiga bräder. Den andra tillämpningen är elektrisk impedanstomografi där ledningsförmågan hos objekt bestäms genom mätningar på ytan. Området är av betydelse till exempel inom medicin, geologi och träteknik. Känslighetsanalysen behandlas med hjälp av matematiska modeller som innehåller teorier för inversa problem som beskrivs med hjälp av differentialekvationer.

Efter disputationen sökte Therese anställning i Växjö med omnejd och anställdes 2012 vid *Volvo Construction Equipment*, som tillverkar dumprar, för att arbeta med simuleringar av olika slag. Det var inte de specialkunskaper som hon skaffat sig genom sin forskning som man ville utnyttja utan den förmåga att analysera och strukturera som forskningen förutsätter och utvecklar. Forskning kräver också att man sätter sig in i nya ofta komplicerade områden. Att våga göra det trots att det kan innebära tålmodigt arbete är en värdefull egenskap för att utveckla metoder inom industrin.

Efter att i några år arbetat med simuleringar kom Therese att ägna sig utveckling av mjukvara till dumprar. Sedan några år tillbaka har hon fått en mer övergripande uppgift som kräver bred kompetens. Hon ska kravställa system och hålla ihop olika utvecklingsområden och få dem att samverka så att en dumper effektivare kunna utföra sitt huvuduppdrag: Att forsla tunga laster från en punkt A till en punkt B så snabbt, billigt och säkert som möjligt. Ett av framtidsscenarierna är förarlösa och elektriskt drivna dumprar.

Arbetet kräver att man håller sig ajour med den tekniska utvecklingen, att man kan kommunicera med de olika kompetensområdena på företaget och att man kan få dem att arbeta mot ett gemensamt mål. Förutom ett gediget tekniskt kunnande och förmåga att sätta sig in i nya ofta komplexa tekniska områden krävs pedagogisk skicklighet och ledaregenskaper. Problembilden behöver förenklas, brytas ner och struktureras och människor med olika specialintressen måste fås att samverka.

Serge de Gosson de Varenne läste de grundläggande matematikkurserna vid Högskolan i Kalmar där han också undervisade i matematik vid Sjöbefälsskolan. Han läste kurser på högre nivå inklusive kurser inom forskarutbildningen vid Göteborgs universitet där han blev magister i matematik 2000. Han blev doktorand vid Växjö universitet 2000 och disputerade 2004 på avhandlingen *Multi-oriented symplectic geometry and the extension of path intersection indices*. Efter disputationen har Serge publicerat tillsammans med kollegor ett antal artiklar inom samma område.



Under tiden i Växjö undervisade han på grundkurserna i matematik vid universitetet. Han var också under en tid lärare vid Växjö Fria Fordons gymnasium och de pedagogiska utmaningar detta innebar anser Serge var en viktig erfarenhet för hans framtida yrkesverksamhet.

Serges första arbete efter doktorsexamen var på Försäkringskassan där han arbetade under tiden 2007– 2015 som matematiker och analytiker. Han utvecklade bl.a. en optimeringsalgoritm för den svenska pensionsmodellen, mikrosimuleringsmodeller av den svenska befolkningen och utgiftsprognoser för pensionssystemet. Han designade och konstruerade olika kömodeller och modeller för att upptäcka bedrägerier.

Efter tiden på försäkringskassan arbetade Serge på en rad företag som Sopra Steria, IC Quality och som konsult på Spotify som matematiker, analytiker och programutvecklare. Sedan september 2021 är Serge anställd vid Pricer, som är världsledande inom området elektroniska hyllkantsetiketter. Där är han för närvarande chef för avdelningen för Data & Analys.

De områden som Serge arbetat med under sin yrkesverksamhet ligger långt från symplektisk geometri som var föremålet för hans doktorsavhandling. Centrala områden har för honom varit regressionsmodeller, neurala nätverk, AI och arbete med stora datamängder. Men arbetet med avhandlingen har varit av stor betydelse på andra plan. Det har gett honom en förmåga att analysera och strukturera komplicerade problem och lärt honom att det krävs hårt arbete för att lösa dem. Han har också varit tvungen att sätta sig in i nya områden och att inte vara rädd för det som till en början verkar ovant och komplicerat. Forskarstudierna har tränat den förmågan.

För att skapa matematiska modeller är det naturligtvis nödvändigt att behärska grundläggande matematiska teorier. Men de måste anpassas till den verklighet som modellen ska beskriva och teorierna måste utvecklas och modifieras. Ofta är de funktioner man måste arbeta med mycket komplicerade och det kan kräva att man t.ex. gör egna serieutvecklingar. Serge har också behövt sätta sig in i och utveckla områden utanför matematiken som elektronik och att konstruera egna program i olika språk, främst Python och R.

Serge framhåller att doktorsexamen har stor betydelse för att få intressanta anställningar med intressanta arbetsuppgifter. Vetskapen att någon gått igenom en krävande process är för arbetsgivaren ett kriterium på att denne kan klara besvärliga uppgifter. Doktorsexamen innebär också att man bör ha förmågan att se längre än dagens problem. De kan sättas in i ett större sammanhang.

Numera är Serge chef och han trivs med de administrativa uppgifter som tillhör chefskapet. Han ser emellertid det som nödvändigt att själv arbeta med de konkreta problemen och han vill utveckla verksamheten i dialog med sina medarbetare där alla inte behärskar de frågor som han och hans närmaste kollegor arbetar med. Det krävs pedagogisk skicklighet att förklara problematiken för dem som är mindre insatta i ämnet. Serge menar att i det sammanhanget kommer hans erfarenheter från undervisningen på Växjö fria fordonsgymnasium väl till pass. För att få en vidare spridning av sina tankar ordnar han seminarier som ska vara möjliga att följa för alla inom företaget.

Serge trivs i sitt arbete. Han tycker om att arbeta hårt och gillar det höga tempot inom företagsvärlden med tydliga deadlines. Det skiljer sig avsevärt från det i den akademiska

miljön där man har gott om tid att fundera och vrida och vända på problemen. Han ser emellertid tillbaka på sin tid i akademien med tillfredsställelse och som en nödvändig period i sin yrkesmässiga utveckling.

Stefan Gustafsson avlade studentexamen på det naturvetenskapliga programmet i Karlskrona och tog sina första poäng i matematik vid Blekinge tekniska högskola. Han började därefter på Programmet för matematisk modellering vid Växjö universitet. Efter examen arbetade han på ABB i Karlskrona med högspänningskablar under tre år. Han återvände till studierna i Växjö och doktorerade 2014 på en avhandling *Electromagnetic Dispersion Modeling and Analysis for Power Cables* om just högspänningskablar. Hans handledare var Sven Nordebo



Efter disputationen återgick Stefan till ABB närmare bestämt till ABB support. Arbetet på ABB innebar praktisk och teoretisk support i laborativ miljö vid diverse tester som utfördes på högspänningskablarna. Testerna utfördes först på en kort kabelbit, ca 60-100 meter. Efter godkänt prov och producerad kabel (upp mot 10 mil) så spänningssattes kabeln och testades igen. Om kabeln går sönder under testning i fabrik, eller ute i fält då kabeln är nedgrävd, så

måste felet hittas. Detta kan göras genom att skicka en elektrisk puls i ena änden av kabeln och sedan utifrån reflektionen avgöra var felet befinner sig. Alternativt kan man lokalisera felet genom de elektromagnetiska störningar som uppkommer vid platsen för kabelfelet.

År 2019 började Stefan på SAAB i Linköping. Han ville ha arbetsuppgifter med mer teoretiskt innehåll. Han blev bland annat med i en grupp som arbetade med ISAR (Invers Syntetisk Aperturradar). Det är en radarteknik som använder ett flertal radarbilder för att generera en tvådimensionell högupplöst radarbild av ett mål. Arbetet kräver att han är insatt i problematiken och behärskar de matematiska verktygen bl.a. fältteori och Maxwells ekvationer.

Karoline Johansson Nyman tog studentexamen på det naturvetenskapliga programmet i Kalmar, studerade fristående kurser i matematik vid Högskolan i Kalmar och avlade magisterexamen i ämnet vid Växjö universitet. Hon blev därefter antagen som doktorand i matematik vid Växjö universitet med Joakim Toft som handledare. År 2011 disputerade hon på en avhandling med titeln *Properties of wave-front sets and non-tangential convergence*. I den diskuterar hon regularitetsegenskaper hos lösningar till partiella differentialekvationer och pseudodifferentialekvationer. Efter disputationen publicerade hon tillsammans med andra forskare resultat inom teorin för pseudodifferentialekvationer.

Något år efter disputationen sökte och fick Karoline en tjänst som matematiker vid FRA. Där har hon arbetat sedan dess. Hon konstruerar algoritmer för kryptering. På grund av



säkerhetsskäl är det omöjligt att gå in på detaljer i Karolines arbete. I en inledande historik av FRA:s utveckling i boken *Är du smartare än en kryptolog? Tankenötter från FRA* beskrivs i allmänna termer hur en kryptolog arbetar. Där står bl.a.

Hur ser då kryptologens vardag ut? Dagens kryptolog måste kunna mycket om IP-trafik och programmering. En kryptolog idag använder sällan papper och penna, betydligt vanligare är att man använder olika typer av egenutvecklade program för att försöka forcera krypto, och man tittar på hur informationsströmmarna ser ut. Det kryptologen gör i huvudsak är alltså att hitta data, labba med data och mixtra med olika typer av program.

Även om Karoline konstruerar krypton och inte forcerar dem så måste hon ta hänsyn till hur de som forcerar arbetar.

Den accelererande utvecklingen av kvantdatorer spelar en stor roll för säkerhetsarbetet. Kvantdatorer kan genom en drastisk ökad effektivitet medföra att flera av dagens krypteringsmetoder inte kan användas. Ett område inom matematiken som komplexitetsteori med P- och NP- problematiken blir därför centralt. Ett annat viktigt område är stokastik. Hon använder också talteori och fourieranalys.

Karoline framhåller också vikten av att kunna analysera och strukturera problem samt att på ett pedagogiskt sätt kunna presentera de algoritmer hon konstruerat för nästa led i kedjan som är programmerare och datatekniker. Det är också nödvändigt att själv kunna programmera.

Oscar Lindhe avlade studentexamen på naturvetenskapliga programmet i Ljungby. Han läste sedan programmet Matematik och modellering vid Växjö universitet som avslutades med magistorexamen i matematik i början av 2000-talet. Därefter studerade han fysik och avlade kandidatexamen i ämnet. Han arbetade som assistent i fysik under några år och publicerade tillsammans med bl.a. Sven Nordebo artiklar inom elektroteknik.



År 2012 anställdes Oscar på Combitech där han arbetar som utvecklingsansvarig på avdelningen för röjande signaler. Avdelningen arbetar med att undersöka den elektromagnetiska strålning som alstras av olika elektriska apparater som t.ex. datorer. I den strålningen finns information som man ofta inte vill att en utomstående ska ta del av. Det är då viktigt att analysera strålningen för att på olika sätt dölja eller se till att den information som avges minimeras och görs svåråtkomlig. Oscar har huvudansvaret i en grupp på åtta personer som arbetar med nya mätmetoder och mätsystem för att göra just detta. Utvecklingsgruppen har också som mål att

handleda ett examensarbete varje år, och ett flertal har genomförts genom åren. Exempel på kunder är Försvarmakten och SAAB.

De viktigaste matematiska hjälpmedlen är olika typer av korrelationsverktyg. Till stor del används Fouriertransformer, och speciellt diskreta sådana. Genom att studera frekvensrummet kan man tydligare se regelbundenheter och brus i strålningen och på det sättet kartlägga vilken information som det aktuella systemet avger. En viktig del av arbetet är att studera hur väl olika mängder korrelerar och man behöver bestämma olika typer av korrelationskoefficienter. Vidare behöver man kunna utveckla tekniker för att kunna beräkna mätfelens storlek och dess påverkan på resultaten, vilket är viktigt med avseende på mätkvalitén.

Peter Nyman avlade studentexamen på industriella tekniska programmet i Växjö. Han följde programmet Matematisk modellering vid Växjö universitet och blev därefter doktorand i matematik vid samma lärosäte med Andrei Khrennikov som handledare. Han disputerade 2011 på avhandlingen *On relations between classical and quantum theories of information and probability*. Avhandlingen kan ses som ett led i försöken att utveckla kvantdatorer.



Efter disputationen arbetade Peter Nyman en period som universitetslektor vid Linnéuniversitet och därefter anställdes han som matematiker vid ett spelbolag i Stockholm. Han fick där tillfälle att tillämpa teorier inom sannolikhetslära och statistik som t ex Markovprocesser. Efter två år blev Peter anställd som analytiker i justitiedepartementet. Han hade ansvar för att bland annat hantera prognoser och statistik inom migrationsområdet. Även här var teorier inom sannolikhetslära och statistik centrala. Han utvecklade också indikatorer av olika slag. Peter måste kunna presentera resultaten för beslutsfattare med varierad matematisk skolning – en uppgift

som kräver pedagogisk skicklighet. Efter några år på justitiedepartementet sökte han och fick en tjänst som analytiker på arbetsmarknadsdepartementet. Han kom där att ingå i en större miljö av analytiker. Logaritmisk regression blev en central del i hans arbete. Även om frågorna var skilda från de han arbetat med på justitiedepartementet så var tekniken densamma och krävde kunskaper inom matematisk statistik.

Peter betonar att de matematiska kunskaper och färdigheter han har haft användning för är framför allt förmågan att analysera problemställningar och ge struktur åt de data som han måste använda för sina prognoser. Det är naturligtvis nödvändigt att ha förståelse för matematiska begrepp som används och även om de är sedan länge vedertagna kräver detta en vana vid det matematiska symbolspråket och att kunna genomskåda för en lekman komplicerade formler. Många gånger används färdiga

programvaror för olika beräkningar och det är då viktigt att förstå tankarna bakom de algoritmer som styr dem. Det är också väsentligt att själv kunna programmera.

Sara Rydström gick samhällsvetenskaplig linje vid Stagneliuskolan i Kalmar. Efter att först ha läst naturvetenskapligt basår vid Högskolan i Kalmar studerade hon matematik vid Växjö universitet och avlade först magisterexamen och sedan år 2010 fil lic examen i ämnet. Hennes handledare var Börje Nilsson och avhandling hade titeln *Regularization of Parameter Problems for Dynamic Beam Models*. I sammanfattningen står följande:

I den här avhandlingen betraktar vi det inversa problemet att bestämma balkens böjstyvhet utifrån mätdata av transversell förskjutning. Av särskilt intresse är det att finna svaga delar, dvs. delar med reducerad böjstyvhet. För den matematiska modelleringen använder vi Euler-Bernoullis balkekvation i frekvensdomänen.

Det handlar alltså om problem inom byggnadsteknik och i detta fall om att lokalisera försvagade områden. Efter examen har Sara arbetet med byggnadstekniska problem på olika företag. Först på Alstom, därefter på Balco och nu på Abetong där hon tituleras statiker. Hon arbetar med att dimensionera de bärande betongelementen i prefabricerade byggnader. Det är naturligtvis mycket centralt för att garantera säkerheten. I skrivande stund deltar hon i ett projekt i uppförandet av en större byggnad på Dalboområdet i Växjö. Ett kommande projekt kommer att handla om ett 26-våningshus i Malmö.



Den matematiskt avancerade teorin i avhandlingen med inversa problem till differentialoperatorer använder hon inte i det dagliga arbetet utan istället beräkningar som bygger på grundläggande mekanik och resultat från hållfasthetsteori som enligt Sara är relativt rättframma. I slutänden säger Sara är det fråga om plus och minus. Så är nog fallet med många, kanske de flesta, tillämpningar av matematik. Men arbetet innebär att ge struktur åt beräkningarna och att välja rätt beräkningsmodell. Konstruktionerna har varierande geometrier och påverkas av olika laster och beräkningarna anpassas efter det. En sådan anpassning kan vara en avancerad matematisk övning, som kanske inte använder speciellt avancerade matematisk verktyg, men som ändå är avancerad matematik. Nu får man väl framhålla att både klassisk mekanik och hållfasthetslära är avancerade matematiska teorier

även om de har några eller något sekel på nacken. Med kunskap om de bakomliggande ekvationerna känner Sara att det är lättare att avgöra rimligheten i de antagna beräkningsmodellerna och i resultaten.

Björn Widenberg avlade studentexamen på 4-åriga tekniska programmet i Växjö och därefter studerade han under 1990-talet på matematikerlinjen vid Högskolan i Växjö. Han arbetade som amanuens i matematik under delar av sina studier. Sitt

magisterarbete gjorde han i anslutning till ett företag i Ljungby som arbetar med radomer. Efter examen började han forskarstudier vid Institutionen för teoretisk elektroteknik vid Lunds universitet med Anders Karlsson som handledare. Han



disputerade 2003 på avhandlingen *Thick Frequency Selective Structures*.

Efter disputationen anställdes Björn av Saab Dynamics i Linköping. Liksom Sören Poulsen och Michael Andersson arbetar han med radomer och det kräver djupa kunskaper inom bl.a. signalbehandling och vektoranalys. Björn är projektledare och ansvarig för mätteknik och mätutrustning för att kunna mäta och verifiera mikrovågs-signalerna genom radomen. Vid utveckling, simulering och mätning av radomer genereras det vanligtvis mycket stora mängder av data som måste hanteras och ges struktur. Olika mått och medelvärden beräknas och man använder sig

av olika normer för att bringa ordning i datamängden. Beräkningsteknik är ett centralt område. och *Mathematica* är ett viktigt verktyg.

Björn är även projektledare för ett antal större radar målsökare projekt, där antenn och radom är två centrala delar. I dessa projekt kommer hans tekniska matematiska bakgrund och det logiska analytiska tänkandet från matematiken väl till pass.

Slutord

När jag pensionerades 2002 hade jag varit lärare i matematik i 45 år. Det hade varit roligt att hålla föreläsningar, hålla seminarier och leda problemlösningsövningar, Det var matematiken i sig som var i centrum – att ge logiskt sammanhängande framställningar av delar av matematiken och att diskutera problemlösning. Tillsammans med studenterna pratade jag matematik. Vi gick in en värld av formler, definitioner, satser och bevis, men vi gick sällan utanför den världen och pratade sällan om själva världen. Vi talade matematik men nästan aldrig om matematik? Varför har teorierna utvecklats som de gjort? Hur använder man all denna matematik utanför skola och universitet?

Dessa frågor gjorde sig alltmer gällande ju äldre jag blev. Matematikens historia hade jag börjat fundera på redan under 1970-talet men det blev mer centralt under slutet av 80-talet då jag utvecklade en kurs i ämnet. Matematikens roll i samhället utanför skolsystemet aktualiserades då vi skulle skapa utbildningsprogram med matematik som huvudämne. Vi försökte föra en dialog med olika företag men kontakterna med omvärlden blev mer seriösa först när forskning och forskarutbildning blev en vital del av ämnet vid högskolan.

För min egen del avslutade jag mitt engagemang i matematikens historia med texten *Historiska perspektiv på matematik* efter pensioneringen och läsarreaktioner på den fick mig att skriva ner några tankar kring matematikens tillämpningar samtidigt som jag intervjuade studenter som läst matematik på avancerad nivå och som arbetade utanför skolsystemet.

Det kan kanske vara dags att försöka summera erfarenheter av mitt arbete med att förstå matematiken genom min verksamhet som lärare, läroboksförfattare, mina studier i matematikens historia och mina reflektioner kring nyttan med matematik. Det känns emellertid som en alltför hög målsättning så jag nöjer mig med några få punkter som rör de båda sistnämnda områdena.

- Även om det är viktigt att förstå matematikens utveckling över tid och dess ställning i samhället idag är gedigna kunskaper i matematik en nödvändighet inte bara för att tillämpa den men också för att förstå just ämnets utveckling och dess roll i samhället.
- Kunskaper om matematikens historia ger en mer flexibel inställning till ämnet och kan vara en viktig inspirationskälla för lärare på alla nivåer. Inom didaktiken brukar man vilja ha svar på tre frågor När? Hur? och Varför?. Matematikens historia ger svar på dessa frågor inte minst den sista. Internet är en rik källa för att studera matematikens historia
- För att skapa en vital miljö där matematikens tillämpningar inom förvaltning och näringsliv blir ett naturligt inslag måste det bedrivas matematisk forskning och forskarutbildning på högskolan.
- Många av de f d studenter jag intervjuat utnyttjar de matematiska kunskaper som de fått genom sina avhandlingsarbeten. Andra arbetar med matematik inom helt andra områden än de som de specialiserat sig på under utbildningen. Samtliga anser att den förmåga att analysera och strukturera problem som matematikstudierna gett dem har varit av avgörande betydelse för deras framgång i yrkesverksamheten
- För att som matematiker kunna fungera i en organisation måste man kunna kommunicera sina resultat till personer med varierande matematisk bakgrund. Pedagogisk skicklighet och social kompetens är värdefulla egenskaper för att fungera väl i en miljö med olika kompetenser.

Till sist: Under mina år som universitetslärare har jag alltid försökt att betrakta studenterna som medarbetare och inte som kunder. Detta går naturligtvis bara till en viss gräns men studenternas synpunkter har många gånger gett nya perspektiv på matematiken och matematikundervisningen som i sin tur förändrat och fördjupat min syn på ämnet och förhoppningsvis berikat min undervisning. Det var en student **Ola Sallnäs** som någon gång kring 1970 fick mig att fundera över matematikens historiska utveckling och det resulterade i *Historiska perspektiv på matematik*. Över femtio år senare ställde en av hans studiekamrater **Erik Runemo**, efter att ha läst texten, frågan "Vad användes alla denna matematik till?" och den inspirerade mig till föreliggande text. Båda är nu pensionerade. Ola blev professor vid SLU och Erik egen företagare i IT-branschen. Denna lilla skrift tillägnas dem.

Tack ...

... Björn, Fredrik, Haidar, Karoline, Michael, Oscar, Peter, Sara, Serge, Stefan, Sören och Therese för att ni ställde upp och tog er tid att hjälpa mig med mitt lilla projekt. Utan er ingen skrift!

Jag vill också tacka min dotter Lena och min svärson Jerker med all hjälp i samband med intervjuerna i Stockholm, min son Per som gett goda mig råd när det gäller layout och tryckning samt Erik Runemo som läst texten och hittat flera störande felskrivningar. Och sist men inte minst ett stort tack till min dotterdotter Emma som hjälpt mig med min hemsida.